Tipps zur Serie 5:

Aufgabe 5.1:

- Axiome durchdenken und überprüfen
- Eigenschaften von Erzeugendensystemen und Basen betrachten (Theorie 4)

Aufgabe 5.2:

- Betrachtet die Notizen der 4. Übungsstunde für die verschiedenen Eigenschaften der lin. Unabhängigkeit & des Erzeugendensystems/der Basis.

Aufgabe 5.3:

- Eigenschaften von linearer (Un-) Abhängigkeit repetieren und überprüfen (Theorie 4)

Aufgabe 5.4:

- Eigenschaften des Kerns und der Berechnung des Kerns repetieren (Theorie 5)

Aufgabe 5.5:

- Erinnert euch zurück, dass man für lineare Unabhängigkeit zeigen muss, dass

$$a f_1 + b f_2 + c f_3 \equiv 0$$

dann und nur dann, wenn $a = b = c = 0$ (triviale Lsg).
($\equiv$ bezeichnet gleich für <u>alle</u> möglichen Funktionswerte x)

- Sucht 3 passende x, für welche ihr einfach $a=0$, $b=0$ bzw. $c=0$ finden könnt. Findet ihr solche x, so habt ihr die Aussage bereits bewiesen (da es ja $\forall x$ eine nichttriviale Lösung geben müsste).

Aufgabe 5.6:

- Spaltenraum von A $\Leftrightarrow$ Bild(A)
- Dimensionen von Kern(A) & Bild(A) betrachten und Rückschlüsse auf die Dimension der Matrix ziehen.
- Anschliessend Bedingungen für die fehlenden Vektoren aufstellen und lösen ~~wo~~ es gibt mehrere mögliche Lösungen

Aufgabe 5.7:

a) Gaussen und aus dem Endschema raus-lesen, welche ursprünglichen Vektoren linear unabhängig sind. Aus diesen dann einfach genug für eine Basis auswählen.

b) Saubere Fallunterscheidung durchführen
⇝ Die Dimension des UVR ist die Anzahl Vektoren, welche im UVR eine Basis bilden ≙ # lin. unabh. Vektoren

Aufgabe 5.8:

- Es gibt mehrere Möglichkeiten um zu zeigen, dass eine gegebene Menge Vektoren (Hier die Legendre-Polynome) eine Basis bilden:

1) Man stellt die Standardbasis im gegebenen Raum als Linearkombination der zu beweisenden Basis dar → dann ist es trivialerweise eine Basis.

2) Man überprüft, ob die Koordinatenvektoren der zu überprüfenden Basis, in der Standardbasis ausgedrückt, linear unabhängig sind ⇝ falls ja, so ist es ebenfalls eine Basis.

⇝ 1) kann u.U. schwerer sein, ist jedoch deutlich schneller als 2).

Aufgabe 5.g:

- Repetition Kern & Bild (Theorie 5) mit ähnlichem Beispiel.